

$$f. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2} = \frac{-\infty}{-\infty} \xrightarrow{\text{dividiendo por } x^2} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x+1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = 0$$

$\xrightarrow{0} \quad \xrightarrow{0}$

$$g. \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{a-x^2}{x-\sqrt{a}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{a-x^2}{x-\sqrt{a}} \stackrel{=}{=} \frac{a-(\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}-\sqrt{a}} = \frac{a-a}{0} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{indeterminado, para salvarlo aplicaremos el caso 2).}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{a-x^2}{x-\sqrt{a}} &\stackrel{\text{reemplazando } x \text{ por } \sqrt{a}}{=} \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{(a-x^2)(x+\sqrt{a})}{x^2-(\sqrt{a})^2} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{-(x^2-a)(x+\sqrt{a})}{x^2-a} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} (-x-\sqrt{a}) = -\sqrt{a}-\sqrt{a} = -2\sqrt{a} \end{aligned}$$

$$h. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} &= \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49} \cdot \frac{2+\sqrt{x-3}}{2+\sqrt{x-3}} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2^2-(\sqrt{x-3})^2}{(x^2-49)(2+\sqrt{x-3})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{4-x+3}{(x^2-49)(2+\sqrt{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{7-x}{-(7-x)(7+x)(2+\sqrt{x-3})} = \frac{1}{-(7+7)(2+2)} = -\frac{1}{56} \end{aligned}$$

$$i. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x+1}\right)^{3x}$$

Si reemplazáramos 'x' por el valor al que tiende llegamos a una indeterminación del tipo 1^∞ (uno a la infinito)

A este tipo de indeterminaciones, para poder salvarlas, se las debe llevar a las formas:

$$\text{TIPO 1.) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\text{TIPO 2.) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

(A estos límites también se los puede tratar con un cambio de variable de la siguiente manera:

$$\text{llamamos } z = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{z}$$

$$\text{si } x \rightarrow 0 \Rightarrow z \rightarrow \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x+1}\right)^{3x} = 1^\infty \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x+1}{5}}\right)^{3x}$$

del TIPO 1.)

deben ser iguales. Para lograrlo multiplicamos y dividimos al exponente por $\frac{x+1}{5}$